**2.3 Детерминистские алгоритмы распознавания**

1.

Подход базируется на математическом аппарате, не использующем (в явном виде) статистические свойства классов.

Требуется определить решающие функции, которые в пространстве признаков порождают границы, отделяющие объекты классов.

Выдвигается предположение и выбирается параметрическое семейство решающих функций.

На основе обучающей выборки определяют значения параметров конкретной функции.

Целесообразно искать решающие функции, обладающие простыми свойствами (например, линейные).

2.

Рассмотрим алгоритмы распознавания с линейными и нелинейными решающими функциями.

Пусть задано *l* классов .

Необходимо построить *l* функций *)* , таких

что если

Линейная форма решающей функции имеет следующий вид

3.

Тогда уравнение границы между классами и имеет вид:

***Замечание.*** В дальнейшем для упрощения изложения полагаем

что не снижает общности приведенных результатов.

4.

Пусть и – обучающие выборки и .

Если выборки линейно разделимы, то для построения алгоритма необходимо определить вектор параметров ,

для которого

Умножив вектор на -1, получим эквивалентную систему

(8)

5.

Для удобства записи системы неравенств используется расширенный вектор описания объекта *.*

Тогда решением системы (8) является вектор *,* который строится на основе объектов обучающей выборки.

Для нахождения решения используются итерационные методы обучения с коррекцией.

6.

***Общая схема метода.***

*Предварительный шаг.*

Выбор начального значения вектора .

*Общий к-ый шаг.* Коррекция вектора параметров.

Объекты обучающей выборки предъявляются последовательно по одному. Если необходимо (зависит от результата распознавания объекта), то в соответствии некоторым *правилом* корректируется.

*Замечание.* Объекты могут предъявляться в любом порядке, но обязательно каждый из них используется неоднократно.

*Принцип останова*.

*Общий шаг* повторяется до тех пор, пока на некотором *к-ом* шаге значение вектора для всех объектов обучающей выборки не изменяется.

7.

Пример, градиентной схемы минимизации функционала

Этот функционал имеет один минимум, равный нулю при , т. е. минимум эквивалентен решению системы (8).

Напомним, что градиент произвольной функции определяется по формуле

8.

*Свойство вектора градиентов*:

направление вектора градиентов указывает направление наискорейшего роста функции при увеличении ее аргумента.

В данном случае увеличение значения вектора в направлении отрицательного градиента позволяет найти минимум функционала (9).

9.

Алгоритм градиентного спуска определяется рекуррентным соотношением:

‒ значение вектора на *k-*мшаге; *c* ‒ коэффициент коррекции.

Так как

То

где ‒ объект обучающей выборки, предъявленный на *k-*мшаге .

10.

Если - объект распознан правильно,

выражение в {...} равно нулю и корректировка не производится

в противном случае

типичное рекуррентное соотношение итерационного метода с коррекцией.

*Примечание.* Если объекты обучающей выборки линейно разделимы, то за конечное число шагов можно построить решение, удовлетворяющее системе неравенств (8).

11.

Рассмотрим способ определения решающих функций, основанный на использовании понятия ***потенциальной функции.***

Полагаем, что объекты обучающей выборки создают вокруг себя некоторое поле.

Например, можно считать, что в каждой точке пространства признаков, соответствующей объекту , находится единичный заряд.

Тогда, по аналогии с физикой, поле, создаваемое зарядами, описывается потенциалом, создаваемым системой зарядов \пространстве .

12.

Введем функцию

,  *-* параметр.

Функция называется *потенциальной*. Она должна удовлетворять условиям:

*-* достигает максимума при

и - убывает по мере удаления от *.*

Примеры потенциальных функций:

‒ положительная константа; ‒ метрика Евклида.

13.

Пусть обучающей выборке

соответствует последовательность потенциальных функций

Рассмотрим потенциал, создаваемый в объектами классов и , полагая его аддитивной функцией.

Получим

14.

Объект относится к классу ,если

Тогда уравнение границы между классами имеет вид

Таким образом решающая функция может быть построена на основе объектов обучающей выборки.

15.

На этапе обучения последовательно рассматриваются

объекты и вычисляются значения *.*

Функция  *-* на *k-*мшаге определяется совокупностью значений отдельных потенциальных функций.

При неправильном распознавании очередного объекта обучающей выборки корректируется текущее значение функции .

16.

Вначале полагают .

*Правило коррекции* (при неправильном распознавании :

Для -го шага (обучающая процедура принимает вид):

коэффициент , если объект распознается правильно, и или ‒ в противном случае, в зависимости от принадлежности к или .

16.

Потенциальную функцию для любого можно представить выражением:

полагаются ортонормированными; ‒ действительные числа такие, что функция ограничена для .

решающая функция строится по последовательности имеет вид;

- строятся в процессе обучения.

17.

*Метод потенциальных функций* предполагает существование в пространстве системы функций , что для каждой пары разделяемых множеств найдется число *т,* при котором решающую функцию можно представить в виде

Т.е. необходимо, чтобы разлагалась в ряд с конечным числом членов.

При этом решающая функция должна быть относительно гладкой с не большим числом перегибов в малой окрестности.

18.

Таким образом, если в существует полная система функций, то можно считать ее элементом и любая функция из этой системы, в том числе и , может быть представлена в виде (10).

Тогда можно записать следующее рекуррентное соотношение:

Коэффициенты зависят от числа итераций и вычисляются как:

19.

*Замечание.*

Система , как правило, задается априорно.

Выбор системы полностью зависит от класса решаемых задач и интуиции исследователя.